



प्रश्नावली 3.1

1. निम्नलिखित समस्याओं में रैखिक समीकरणों का युग्म बनाइए और आलेखीय विधि से उनके हल ज्ञात कीजिए।

(i) दसवीं कक्षा के 10 छात्रों ने गणित प्रश्नोत्तरी में भाग लिया। यदि लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या से 4 अधिक है, तो प्रश्नोत्तरी में भाग लेने वाले लड़कों और लड़कियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना लड़कियों की संख्या = x

और लड़कों की संख्या = y

A. T. Q. $x + y = 10$ (i)

और लड़कियों की संख्या = लड़कों की संख्या + 4

$\Rightarrow x = y + 4$ (ii)

(i) $x + y = 10$

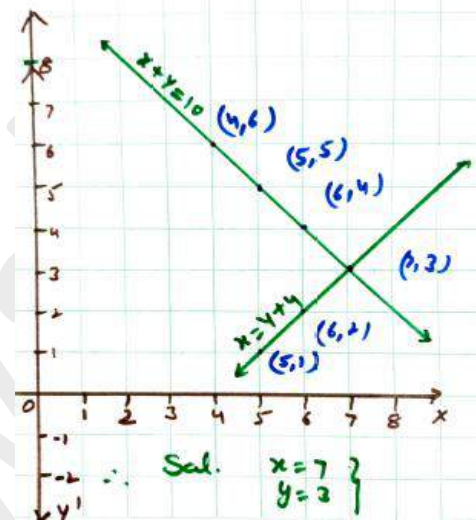
x	4	5	6
y	6	5	4

(ii) $x = y + 4$

x	5	6	7
y	1	2	3

$\therefore$ लड़कियों की संख्या = 7

तथा लड़कों की संख्या = 3 Ans.



(ii) 5 पेंसिल और 7 कलमों का कुल मूल्य रु. 50, जबकि 7 पेंसिल और 5 कलमों का कुल मूल्य रु. 46 है। एक पेंसिल और एक पेन का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल: माना एक पेंसिल का मूल्य = रु. x

तथा एक कलम का मूल्य = रु. y

पर $5x + 7y = 50$ (i)

और $7x + 5y = 46$

(i) $5x + 7y = 50$

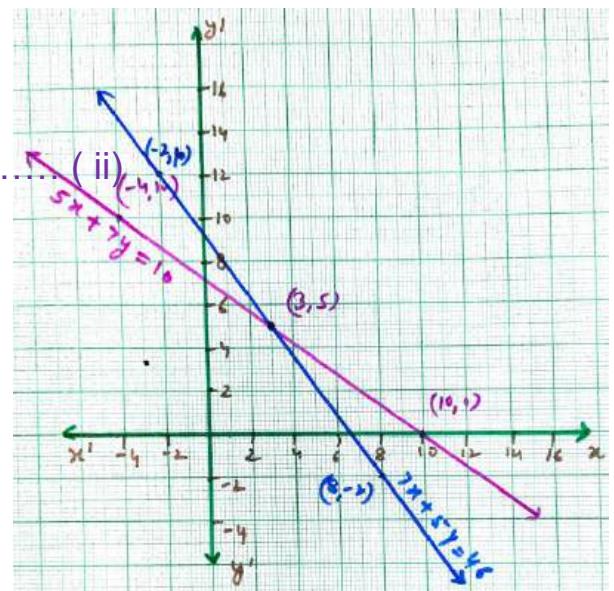
x	3	10	-4
y	5	0	10

(ii) $7x + 5y = 46$

x	8	3	-2
y	-2	5	12

$\therefore$ एक पेंसिल का मूल्य = रु. 3

तथा एक कलम का मूल्य = रु. 5 Ans.



2. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं, समांतर हैं अथवा संपाती हैं:

(i) $5x - 4y + 8 = 0$
 $7x + 6y - 9 = 0$

हल: $5x - 4y + 8 = 0$

$7x + 6y - 9 = 0$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}$

और $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

अतः रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं। Ans.

(ii) $9x + 3y + 12 = 0$

$18x + 6y + 24 = 0$

हल: $9x + 3y + 12 = 0$

$18x + 6y + 24 = 0$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

अतः, प्रतिच्छेद करने वाली रेखाएँ संपाती हैं। Ans.

(iii) $6x - 3y + 10 = 0$

$2x - y + 9 = 0$

हल: $6x - 3y + 10 = 0$

$2x - y + 9 = 0$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1}$

और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अतः रेखाएँ समांतर हैं। Ans

3. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर जात कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं, या असंगत:

(i) $3x + 2y = 5$; $2x - 3y = 7$

हल: $3x + 2y = 5$;

$2x - 3y = 7$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$

और $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

अतः रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

∴ दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है। Ans.

(ii) $2x - 3y = 8$; $4x - 6y = 9$

हल: $2x - 3y = 8$;

$4x - 6y = 9$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

और $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$

और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अतः रेखाएँ समानांतर हैं और इनका कोई हल नहीं है।

∴ रैखिक समीकरणों का दिया गया युग्म असंगत है। Ans.

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$; $9x - 10y = 14$

हल: $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$

या, $9x + 10y = 42$ LCM लेने के बाद

और $9x - 10y = 14$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{9} = \frac{1}{1}$

और $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-10}{10} = \frac{-1}{1}$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

अतः रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

∴ दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है। Ans

$$(iv) 5x - 3y = 11; -10x + 6y = -22$$

$$\text{हल: } 5x - 3y = 11$$

$$-10x + 6y = -22$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{-10} = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{और } \frac{c_1}{c_2} = \frac{11}{-22} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अतः रेखाएँ संपाती हैं।

∴ दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है। Ans.

$$(v) \frac{4}{3}x + 2y = 8; 2x + 3y = 12$$

$$\text{हल: } \frac{4}{3}x + 2y = 8$$

या, $4x + 6y = 24$ LCM लेने के बाद

$$2x + 3y = 12$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$$

$$\text{और } \frac{c_1}{c_2} = \frac{24}{12} = \frac{2}{1}$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अतः रेखाएँ संपाती हैं।

∴ दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है। Ans.

4. निम्नलिखित में से कौन से रैखिक समीकरण युग्म संगत/असंगत हैं? यदि संगत है, तो समाधान को आलेखीय रूप से प्राप्त करें:

$$(i) x + y = 5, 2x + 2y = 10$$

$$\text{हल: } x + y = 5,$$

$$2x + 2y = 10$$

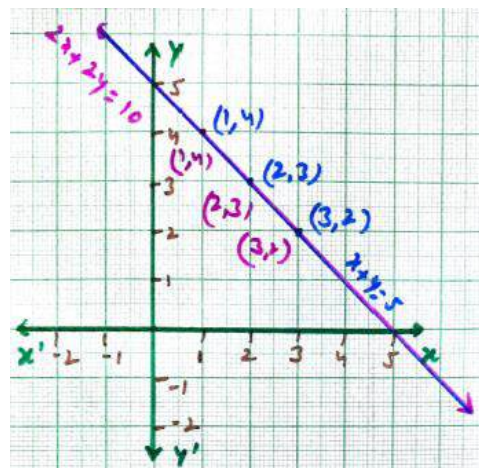
$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{और } \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अतः रेखाएँ संपाती हैं।



∴ दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है।

$$x + y = 5$$

x	1	2	3
y	4	3	2

$$\text{और } 2x + 2y = 10$$

x	1	2	3
y	4	3	2

और इसके अनेक हल हैं। Ans.

$$(ii) \ x - y = 8, \ 3x - 3y = 16$$

$$\text{हल: } x - y = 8,$$

$$3x - 3y = 16$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{और } \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः रेखाएँ समानांतर हैं और इनका कोई हल नहीं है।

∴ दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म असंगत है। Ans.

$$(iii) \ 2x + y - 6 = 0, \ 4x - 2y - 4 = 0$$

$$\text{हल: } 2x + y - 6 = 0,$$

$$4x - 2y - 4 = 0$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{और } \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

अतः रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

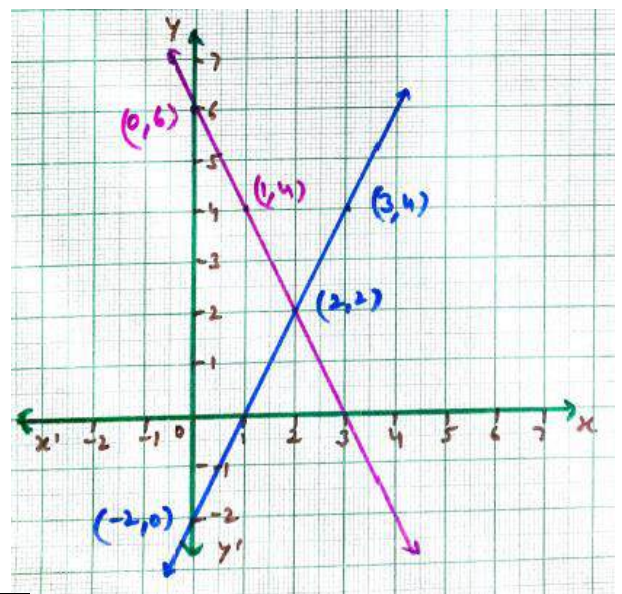
∴ दिया गया रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है।

$$(i) \ 2x + y - 6 = 0$$

x	0	1	2
y	6	4	2

$$(ii) \ 4x - 2y - 4 = 0$$

x	0	3	2
y	-2	4	2



$$(iv) 2x - 2y - 2 = 0, 4x - 4y - 5 = 0$$

$$\text{हल: } 2x - 2y - 2 = 0,$$

$$4x - 4y - 5 = 0$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{और } \frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः रेखाएँ समानांतर हैं और इनका कोई हल नहीं है।

∴ रैखिक समीकरणों का दिया गया युग्म असंगत है। Ans.

5. एक आयताकार बगीचे, जिसकी लम्बाई उसकी चौड़ाई से 4 मीटर अधिक है, का आधा परिमाण 36 मीटर है। बगीचे की परिमाण ज्ञात कीजिए।

हल: माना आयताकार बगीचे की लम्बाई = x मी

तथा बगीचे की चौड़ाई = y मी

आयताकार बगीचे का आधा परिमाण = 36 मी

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) = 36 \text{ मी}$$

$$\Rightarrow x + y = 36 \dots\dots\dots (i)$$

और इसकी लंबाई, चौड़ाई से 4 मीटर अधिक है

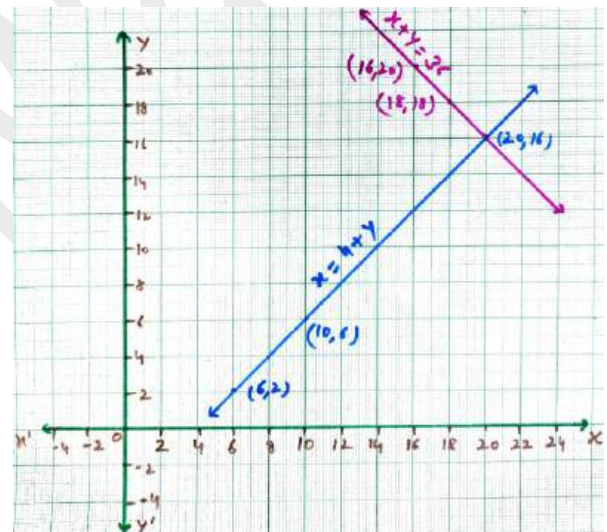
$$\Rightarrow x = 4 + y \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) x + y = 36$$

x	20	16	18
y	16	20	18

$$(ii) x = 4 + y$$

x	6	10	20
y	2	6	16



6. रैखिक समीकरण $2x + 3y - 8 = 0$ दिया हुआ है, दो चरों में एक अन्य रैखिक समीकरण इस प्रकार लिखिए कि इस प्रकार बने युग्म का ज्यामितीय निरूपण है:

(i) प्रतिच्छेदी रेखाएँ

हल: दिया गया रैखिक समीकरण है

$$2x + 3y - 8 = 0$$

∴ दो चरों में एक अन्य रैखिक समीकरण इस प्रकार बनता है कि इस प्रकार बने युग्म का ज्यामितीय निरूपण प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं

$$4x + 5y = 3$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

अतः रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

(ii) समानांतर रेखाएँ

हल: दिया गया रैखिक समीकरण है

$$2x + 3y - 8 = 0$$

∴ दो चरों में एक अन्य रैखिक समीकरण इस प्रकार बनता है कि इस प्रकार बने युग्म का ज्यामितीय निरूपण प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं

$$4x + 6y + 3 = 0$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः रेखाएँ समानांतर हैं और इनका कोई हल नहीं है।

(iii) संपाती रेखाएँ

हल: दिया गया रैखिक समीकरण है

$$2x + 3y - 8 = 0$$

∴ दो चरों में एक अन्य रैखिक समीकरण इस प्रकार बनता है कि इस प्रकार बने युग्म का ज्यामितीय निरूपण प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं

$$4x + 6y - 16 = 0$$

$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अतः, रैखिक समीकरणों का युग्म असंगत है।

7. समीकरणों $x - y + 1 = 0$ और $3x + 2y - 12 = 0$ के आलेख खींचिए। इन रेखाओं और x-अक्ष से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए और त्रिभुजाकार क्षेत्र को छायांकित कीजिए।

हल: दिए गए समीकरण हैं

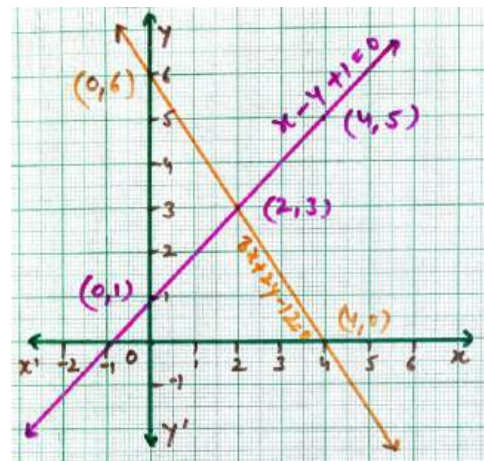
$$x - y + 1 = 0 \text{ और } 3x + 2y - 12 = 0$$

$$(i) x - y + 1 = 0$$

x	4	0	2
y	5	1	3

$$(ii) 3x + 2y - 12 = 0$$

x	4	0	2
y	0	6	3



रेखाएँ बिंदु (2, 3) पर और x-अक्ष को (-1, 0) और (4, 0) पर प्रतिच्छेद करती हैं।

∴ त्रिभुज के शीर्ष बिंदु (2, 3), (-1, 0), और (4, 0) हैं।

प्रश्नावली 3. 2

1. निम्नलिखित रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए।

(i) $x + y = 14$ और $x - y = 4$

हल: दिए गए समीकरण हैं

$$x + y = 14 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } x - y = 4 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) से , हम प्राप्त करते हैं,

$$x = 14 - y \dots\dots\dots (iii)$$

x का मान समीकरण (ii) में रखने पर, हमारे पास है

$$14 - y - y = 4$$

$$\text{या, } 14 - 2y = 4$$

$$\text{या, } -2y = 4 - 14$$

$$\text{या, } -2y = -10$$

$$\text{या, } y = 5$$

समीकरण (iii) में ' y ' का मान रखने पर

$$x = 14 - y$$

$$\therefore x = 14 - 5$$

$$\text{या } x = 9$$

$$\therefore x = 9 \text{ और } y = 5. \text{ Ans.}$$

(ii) $s - t = 3$ और $\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$

हल: दिए गए समीकरण हैं

$$s - t = 3 \dots\dots\dots (i)$$

$$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$$

$$\text{या, } 2s + 3t = 36 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) से हम पाते हैं,

$$s = 3 + t \dots\dots\dots (iii)$$

दूसरे समीकरण में ' s ' का मान रखने पर , हमारे पास है,

$$2(3 + t) + 3t = 36$$

$$\text{या, } 6 + 2t + 3t = 36$$

$$\text{या, } 5t = 30$$

$$\text{या, } t = 6$$

समीकरण (iii) में 't' का मान रखने पर

$$\therefore s = 3 + 6$$

$$\text{या, } s = 9$$

$$\therefore \text{हल, } s = 9 \text{ और } t = 6 \mid \text{Ans.}$$

(iii) $3x - y = 3$ और $9x - 3y = 9$ दो समीकरण हैं।

$$\text{हल: } 3x - y = 3 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } 9x - 3y = 9 \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) \text{ } y = 3x - 3 \text{ से}$$

y का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$9x - 3(3x - 3) = 9$$

$$9x - 9x + 9 = 9$$

$$\Rightarrow 9 = 9 \text{ x के प्रत्येक मान के लिए सत्य है।}$$

$\therefore$ हमें x और y का कोई विशिष्ट मान नहीं मिलता है।

$\therefore$ समीकरण (1) और (2) के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं। Ans.

(iv) $0.2x + 0.3y = 1.3$ और $0.4x + 0.5y = 2.3$ दो समीकरण हैं।

$$\text{हल: } 0.2x + 0.3y = 1.3 \text{ या } 2x + 3y = 13 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } 0.4x + 0.5y = 2.3 \text{ या } 4x + 5y = 23 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) से हम पाते हैं,

$$x = \frac{13-3y}{2} \dots\dots\dots (iii)$$

x का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$4 \left(\frac{13-3y}{2} \right) + 5y = 23$$

$$\Rightarrow 2(13 - 3y) + 5y = 23$$

$$\Rightarrow 26 - 6y + 5y = 23$$

$$\Rightarrow -6y + 5y = 23 - 26$$

$$\Rightarrow -y = -3$$

$$\Rightarrow y = 3$$

y का मान समीकरण (iii) में रखने पर,

$$x = \frac{13-3 \cdot 3}{2}$$

$$= \frac{13-9}{2}$$

$$= \frac{4}{2} = 2$$

$\therefore$ हल, $x = 2$ और $y = 3$. Ans.

(v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$ और $\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$ दो समीकरण हैं।

हल: $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$ (i)

और $\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$ (ii)

समीकरण (ii) से $\sqrt{3}x = \sqrt{8}y$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{8}y}{\sqrt{3}}$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$\Rightarrow \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{8}y}{\sqrt{3}} \right) + \sqrt{3}y = 0$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} \right) + \sqrt{3} \right) y = 0$$

$$\Rightarrow y = 0$$

y का मान समीकरण (iii) में रखने पर,

$$x = \frac{\sqrt{8} \cdot 0}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = 0$$

∴ हल, $x = 0$ और $y = 0$ Ans.

(vi) $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$ और $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$ दो समीकरण हैं।

हल: हल: $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$ या $9x - 10y = -12$ (i)

और $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$ या $2x + 3y = 13$ (ii)

(ii) से $x = \frac{13-3y}{2}$ (iii)

x का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$\Rightarrow \frac{9(13-3y)}{2} - 10y = -12$$

$$\Rightarrow 117 - 27y - 20y = -24$$

$$\Rightarrow -47y = -24 - 117$$

$$\Rightarrow y = \frac{-141}{-47}$$

$$\Rightarrow y = 3$$

y का मान समीकरण (iii) में रखने पर

$$\Rightarrow x = \frac{13-3 \cdot 3}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2$$

∴ $x = 2$ और $y = 3$, Ans.

2. $2x + 3y = 11$ और $2x - 4y = -24$ को हल कीजिए और इसलिए 'm' का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $y = mx + 3$ है।

हल: दिए गए समीकरण हैं

$$2x + 3y = 11 \dots\dots\dots (i)$$

$$2x - 4y = -24 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (ii) से, हम प्राप्त करते हैं

$$\Rightarrow x = \frac{4y-24}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2y - 12 \dots\dots\dots (iii)$$

समीकरण (i) में x का मान रखने पर, हम पाते हैं

$$\Rightarrow 2(2y - 12) + 3y = 11$$

$$\Rightarrow 4y - 24 + 3y = 11$$

$$\Rightarrow 7y = 35$$

$$\Rightarrow Y = 5$$

y का मान समीकरण (iii) में रखने पर, हम पाते हैं

$$\Rightarrow x = 2 \times 5 - 12$$

$$\Rightarrow x = 10 - 12$$

$$\Rightarrow x = -2$$

$$\therefore x = -2 \text{ और } y = 5$$

m का मान ज्ञात करने के लिए

$$\Rightarrow y = mx + 3$$

$$\Rightarrow 5 = -2m + 3$$

$$\Rightarrow 2m = -2$$

$$\Rightarrow m = -1$$

$$\therefore m \text{ का मान } -1 \text{ है। .Ans}$$

3. निम्नलिखित समस्याओं के लिए रैखिक समीकरण युग्म बनाइए और प्रतिस्थापन विधि द्वारा उनका हल ज्ञात कीजिए।

(i) दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या का तीन गुना है। इन्हें ज्ञात कीजिए।

हल: मान लीजिए कि दो संख्याएँ क्रमशः x और y हैं, जैसे कि $x > y$

$$\text{A. T. Q. } x - y = 26 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } x = 3y \dots\dots\dots (ii)$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\Rightarrow 3y - y = 26$$

$$\Rightarrow 2y = 26$$

$$\Rightarrow Y = 13$$

मान को समीकरण (ii) में रखने पर

$$\Rightarrow x = 3 \times 13$$

$$\Rightarrow x = 39$$

$\therefore$ संख्याएं 39 और 13 हैं। Ans.

(ii) दो संपूरक कोणों में से बड़ा छोटे कोण से 18 डिग्री अधिक है। उन्हें लगता है।

हल: माना कोण x और y हैं।

A. T. Q. क्योंकि कोण संपूरक हैं

$$x + y = 180^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } x = y + 18^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर जो हमें प्राप्त होता है

$$\Rightarrow y + 18^\circ + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2y = 180^\circ - 18^\circ$$

$$\Rightarrow 2y = 162^\circ$$

$$\Rightarrow y = 81^\circ$$

y का मान (ii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= 81^\circ + 18^\circ \\ &= 99^\circ \end{aligned}$$

अतः कोण 99° और 81° हैं। Ans.

(iii) एक क्रिकेट टीम के कोच ने 7 बल्ले और 6 गेंदें 3800 रुपये में खरीदीं। बाद में, वह 1750 रुपये में 3 बल्ले और 5 गेंदें खरीदती है। प्रत्येक बल्ले और प्रत्येक गेंद का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल: माना एक बल्ले की कीमत रु. x

और एक गेंद की कीमत रु. y

A. T. Q. 7 बल्ले और 6 गेंदों का मूल्य = 3800 रु

$$\Rightarrow 7x + 6y = 3800 \dots\dots\dots (i)$$

और 3 बल्ले और 5 गेंदों का मूल्य = रु. 1750

$$\Rightarrow 3x + 5y = 1750 \dots\dots\dots (ii)$$

(ii) से हम प्राप्त करते हैं

$$\Rightarrow 3x = 1750 - 5y$$

$$\Rightarrow x = \frac{1750 - 5y}{3} \dots\dots\dots (iii)$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$\Rightarrow 7\left(\frac{1750 - 5y}{3}\right) + 6y = 3800$$

$$\Rightarrow 12250 - 35y + 18y = 11400$$

$$\Rightarrow -17y = 11400 - 12250$$

$$\Rightarrow -17y = -850$$

$$\therefore Y = 50$$

y का मान (iii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\Rightarrow x = \frac{1750 - 5 \cdot 50}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1750 - 250}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1500}{3}$$

$$x = 500$$

$\therefore$ एक बल्ले की कीमत रु. 500 और एक गेंद की कीमत रु 50 है। Ans.

(iv) किसी शहर में टैक्सी शुल्क में तय की गई दूरी के शुल्क के साथ एक निश्चित शुल्क शामिल होता है। 10 किमी की दूरी के लिए, भुगतान किया गया शुल्क 105 रुपये है और 15 किमी की यात्रा के लिए, भुगतान किया गया शुल्क 155 रुपये है। निर्धारित शुल्क और प्रति किमी शुल्क क्या हैं? 25 किमी की दूरी तय करने के लिए एक व्यक्ति को कितना भुगतान करना पड़ता है?

हल: माना नियत शुल्क x रुपये है

और शुल्क प्रति किमी y रुपये है।

A. T. Q. 10 किमी के लिए शुल्क रु 105 है।

$$\Rightarrow x + 10y = 105 \dots\dots\dots (i)$$

और 25 किमी के लिए शुल्क रु 155 है।

$$\Rightarrow x + 15y = 155 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) से हम पाते हैं

$$\Rightarrow x = 105 - 10y \dots\dots\dots (iii)$$

x का मान (ii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\Rightarrow 105 - 10y + 15y = 155$$

$$\Rightarrow 5y = 50$$

$$\Rightarrow Y = 10$$

y का मान (iii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= 105 - 10 \times 10 \\ &= 5 \end{aligned}$$

निर्धारित शुल्क 5 रुपये है और शुल्क प्रति किमी 10 रुपये है।

25 किमी की दूरी तय करने के लिए व्यक्ति द्वारा किया गया भुगतान

$$= x + 25y$$

$$= 5 + 25 \times 10$$

$$= 5 + 250$$

$$= 255 \text{ रुपये Ans.}$$

(v) यदि अंश और हर दोनों में 2 जोड़ दिया जाए तो एक भिन्न $\frac{9}{11}$ बन जाती है। यदि अंश और हर दोनों में 3 जोड़ दिया जाए तो यह $\frac{5}{6}$ हो जाता है। अंश ज्ञात कीजिए।

हल: माना भिन्न = $\frac{x}{y}$

A. T. Q. $\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$

$$\Rightarrow 11x + 22 = 9y + 18$$

$$\Rightarrow 11x - 9y = 18 - 22$$

$$\Rightarrow 11x - 9y = -4 \dots\dots\dots (i)$$

और $\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$

$$\Rightarrow 6x + 18 = 5y + 15$$

$$\Rightarrow 6x - 5y = 15 - 18$$

$$\Rightarrow 6x - 5y = -3$$

(i) से $11x = 9y - 4$

$$\Rightarrow x = \frac{9y-4}{11} \dots\dots\dots (ii)$$

x का मान (ii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\Rightarrow 6 \left(\frac{9y-4}{11} \right) - 5y = -3$$

$$\Rightarrow 54y - 24 - 55y = -33$$

$$\Rightarrow -y = -9$$

$$\Rightarrow y = 9 \dots\dots\dots (4)$$

y का मान (iii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\Rightarrow x = \frac{9 \cdot 9 - 4}{11}$$

$$= \frac{77}{11}$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$\therefore$ भिन्न $\frac{7}{9}$ है। Ans

(vi) पाँच वर्ष बाद, जैकब की आयु उसके पुत्र की आयु की तीन गुनी हो जाएगी। पाँच वर्ष पहले, जैकब की आयु उसके पुत्र की आयु की सात गुनी थी। उनकी वर्तमान आयु क्या है?

हल: माना जैकब की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा उसके पुत्र की आयु = y वर्ष

5 वर्ष बाद जैकब की आयु = (x + 5) वर्ष

तथा उसके पुत्र की आयु = (y + 5) वर्ष

A. T. Q. , जैकब की आयु = 3 × पुत्र की आयु

$$\Rightarrow (x + 5) = 3 (y + 5)$$

$$\Rightarrow x + 5 = 3y + 15$$

$$\Rightarrow x - 3y = 10 \dots\dots\dots (i)$$

और 5 वर्ष पहले जैकब की आयु = $(x - 5)$ वर्ष

तथा उसके पुत्र की आयु = $(y - 5)$ वर्ष

A. T. Q. , जैकब की आयु = $7 \times$ पुत्र की आयु

$$\Rightarrow (x - 5) = 7 (Y - 5)$$

$$\Rightarrow x - 5 = 7y - 35$$

$$\Rightarrow x - 7y = -30 \dots\dots\dots (ii)$$

(1) से हमें $x = 3y + 10$ प्राप्त होता है।..... (iii)

x का मान (ii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\Rightarrow 3y + 10 - 7y = -30$$

$$\Rightarrow -4y = -40$$

$$\Rightarrow Y = 10$$

y का मान (iii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$X = 3 \times 10 + 10$$

$$= 40$$

$\therefore$ जैकब की वर्तमान आयु 40 वर्ष है और उसके पुत्र की आयु 10 वर्ष है Ans.

प्रश्नावली 3.3

1. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के युग्म को विलोपन विधि और प्रतिस्थापन विधि द्वारा हल कीजिए:

(i) $x + y = 5$ और $2x - 3y = 4$

हल: दिए गए समीकरण हैं

$$x + y = 5 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } 2x - 3y = 4 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) को 2 से और (ii) को 1 से गुणा करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$2x + 2y = 10$$

$$2x - 3y = 4$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline 5y = 6 \\ Y = \frac{6}{5} \end{array}$$

समीकरण में y का मान रखो। (i) हम प्राप्त करते हैं,

$$\Rightarrow x + \frac{6}{5} = 5$$

$$\Rightarrow x = 5 - \frac{6}{5}$$

$$= \frac{19}{5}$$

$$\therefore x = \frac{19}{5}, y = \frac{6}{5} \text{ Ans.}$$

प्रतिस्थापन विधि द्वारा

समीकरण (i) से, हमारे पास है

$$x = 5 - y \dots\dots\dots (v)$$

मान को समीकरण (ii) में रखने पर,

$$\Rightarrow 2(5 - Y) - 3y = 4$$

$$\Rightarrow -5y = -6$$

$$\Rightarrow Y = \frac{6}{5}$$

जब मूल्यों को समीकरण (v) में प्रतिस्थापित किया जाता है, तो हमारे पास होता है

$$\Rightarrow x = 5 - \frac{6}{5}$$

$$= \frac{19}{5}$$

$$\therefore x = \frac{19}{5}, y = \frac{6}{5} \text{ Ans}$$

(ii) $3x + 4y = 10$ और $2x - 2y = 2$

हल: दिए गए समीकरण हैं

$$3x + 4y = 10 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } 2x - 2y = 2 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) को 1 से और (ii) को 2 से गुणा करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$3x + 4y = 10$$

$$\underline{4x - 4y = 4}$$

$$7x = 14$$

$$x = \frac{14}{7}$$

$$\therefore x = 2$$

समीकरण में y का मान रखो। (i) हम प्राप्त करते हैं,

$$\Rightarrow 3 \times 2 + 4y = 10$$

$$\Rightarrow 6 + 4y = 10$$

$$\Rightarrow 4y = 10 - 6$$

$$\Rightarrow Y = \frac{4}{4}$$

$$\therefore Y = 1$$

$$\therefore x = 2, y = 1 \text{ Ans.}$$

प्रतिस्थापन विधि द्वारा

दिए गए समीकरण हैं

$$3x + 4y = 10 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } 2x - 2y = 2 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (ii) से, हमारे पास है

$$2x = 2 + 2y$$

$$\Rightarrow x = 1 + Y \dots\dots\dots (iii)$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$\Rightarrow 3(1 + Y) + 4y = 10$$

$$\Rightarrow 3 + 3y + 4y = 10$$

$$\Rightarrow 7Y = 10 - 3$$

$$\Rightarrow 7y = 7$$

$$\therefore Y = 1$$

y का मान समीकरण (iii) में रखने पर, हमारे पास है

$$\Rightarrow x = 1 + 1$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$\therefore x = 2, y = 1 \text{ Ans.}$$

$$(iii) \quad 3x - 5y - 4 = 0 \text{ और } 9x = 2y + 7$$

हल: दिए गए समीकरण हैं

$$3x - 5y - 4 = 0 \text{ या } 3x - 5y = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } 9x = 2y + 7 \text{ या } 9x - 2y = 7 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) को 3 से और (ii) को 1 से गुणा करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$9x - 15y = 12$$

$$9x - 2y = 7$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ - \quad - \quad - \\ \hline -13y = 5 \\ \therefore Y = \frac{-5}{13} \end{array}$$

y का मान समीकरण (iii) में रखने पर, हमारे पास है

$$\Rightarrow 3x - 5 \left(\frac{-5}{13} \right) = 4$$

$$\Rightarrow 3x + \frac{25}{13} = 4$$

$$\Rightarrow 3x = 4 - \frac{25}{13}$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{27}{13}$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{13}$$

$$\therefore x = \frac{9}{13} \text{ और } y = \frac{-5}{13} \text{ Ans.}$$

प्रतिस्थापन विधि द्वारा

दिए गए समीकरण हैं

$$3x - 5y = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } 9x - 2y = 7 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) से, हमारे पास है

$$3x = 4 + 5y$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 + 5y}{3} \dots\dots\dots (iii)$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$\Rightarrow 3 \left(\frac{4 + 5y}{3} \right) - 2y = 7$$

$$\Rightarrow 4 + 5y - 2y = 7$$

$$\Rightarrow -11Y = 7 - 4$$

$$\Rightarrow 7y = 3$$

$$\therefore Y = \frac{3}{7}$$

y का मान समीकरण (iii) में रखने पर, हमारे पास है

$$\Rightarrow x = \frac{4 + 5 \times \frac{3}{7}}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 + \frac{15}{7}}{3}$$

$$\therefore x = \frac{4 + \frac{15}{7}}{3}, y = \frac{3}{7} \text{ Ans.}$$

$$(iv) \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1 \text{ और } x - \frac{y}{3} = 3$$

हल: दिए गए समीकरण हैं

$$\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$$

$$\text{या, } 3x + 4y = -6 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } x - \frac{y}{3} = 3$$

$$\text{या, } 3x - y = 9 \dots\dots\dots (ii)$$

$$3x + 4y = -6$$

$$3x - y = 9$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline 5y = -15 \end{array}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-15}{5}$$

$$\therefore y = -3$$

y का मान समीकरण (ii) में रखने पर, हमारे पास है

$$\Rightarrow 3x - (-3) = 9$$

$$\Rightarrow 3x + 3 = 9$$

$$\Rightarrow 3x = 9 - 3$$

$$\Rightarrow 3x = 6$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$\therefore x = 2, y = -3 \text{ Ans.}$$

प्रतिस्थापन विधि द्वारा

दिए गए समीकरण हैं

$$3x + 4y = -6 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } 3x - y = 9 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (ii) से, हमारे पास है

$$\Rightarrow 3x - y = 9$$

$$\Rightarrow Y = 3x - 9 \dots\dots\dots (iii)$$

y का मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$\Rightarrow 3x + 4(3x - 9) = -6$$

$$\Rightarrow 3x + 12x - 36 = -6$$

$$\Rightarrow 15x = -6 + 36$$

$$\Rightarrow 15x = 30$$

$$\therefore x = 2$$

x का मान समीकरण (iii) रखने पर, हमारे पास है

$$\Rightarrow Y = 3 \times 2 - 9$$

$$\Rightarrow Y = 6 - 9$$

$$\Rightarrow Y = -3$$

$$\therefore x = 2, y = -3 \text{ Ans.}$$

2. निम्नलिखित समस्याओं में रेखिक समीकरणों का युग्म बनाइए और विलोपन विधि द्वारा उनके हल (यदि उनका अस्तित्व हो) ज्ञात कीजिए:

(i) यदि हम अंश में 1 जोड़ते हैं और हर में से 1 घटाते हैं, तो भिन्न घटकर 1 हो जाती है। यदि हम हर में केवल 1 जोड़ते हैं तो भिन्न $\frac{1}{2}$ बन जाती है। भिन्न क्या है?

$$\text{हल: माना भिन्न} = \frac{x}{y}$$

$$\text{A. T. Q. , } \frac{x+1}{y-1} = 1$$

$$\Rightarrow x + 1 = y - 1$$

$$\Rightarrow x - y = -2 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और } \frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = y + 1$$

$$\Rightarrow 2x - y = 1 \dots\dots\dots (ii)$$

$$x - y = -2$$

$$2x - y = 1$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$-x = -3$$

$$\therefore x = 3$$

x का मान समीकरण (i) रखने पर, हमारे पास है

$$\Rightarrow 3 - y = -2$$

$$\Rightarrow -y = -2 - 3$$

$$\Rightarrow -y = -5$$

$$\Rightarrow y = 5$$

$\therefore$ भिन्न $\frac{3}{5}$ है।

(ii) पाँच वर्ष पूर्व, नूरी की आयु सोनू की आयु की तीन गुनी थी। दस वर्ष बाद, नूरी की आयु सोनू से दोगुनी होगी। नूरी और सोनू की उम्र कितनी है?

हल: माना नूरी की वर्तमान आयु x वर्ष है

तथा सोनू की वर्तमान आयु y वर्ष है।

5 वर्ष पूर्व नूरी की आयु = (x - 5) वर्ष

और सोनू की आयु = (y - 5) वर्ष

A. T. Q. , नूरी की आयु = 3 × सोनू की आयु

$$\Rightarrow x - 5 = 3(y - 5)$$

$$\Rightarrow x - 5 = 3y - 15$$

$$\Rightarrow x - 3y = -10 \dots\dots\dots (i)$$

और, 10 वर्ष बाद नूरी की आयु = (x + 10) वर्ष

और सोनू की आयु = (y + 10) वर्ष

A. T. Q. , नूरी की आयु = 2 × सोनू की आयु

$$x + 10 = 2(y + 10)$$

$$\Rightarrow x + 10 = 2y + 20$$

$$\Rightarrow x - 2y = 10 \dots\dots\dots (ii)$$

$$x - 3y = -10$$

$$x - 2y = 10$$

$$\begin{array}{r} - \\ + \\ - \end{array}$$

$$-y = -20$$

$$\therefore y = 20$$

y का मान समीकरण (i) रखने पर, हमारे पास है

$$\Rightarrow x - 3 \times 20 = -10$$

$$\Rightarrow x - 60 = -10$$

$$\Rightarrow x = -10 + 60$$

$$\Rightarrow x = 50$$

$\therefore$ नूरी की उम्र 50 साल और सोनू की उम्र 20 साल है। Ans.

(iii) दो अंकों की संख्या के अंकों का योग 9 है। साथ ही, इस संख्या का नौ गुना अंकों के क्रम को उलट कर प्राप्त संख्या का दोगुना है। संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना संख्या का इकाई अंक और दहाई का अंक क्रमशः x और y है।

$$\therefore \text{संख्या} = 10y + x$$

अंकों के क्रम बदलने पर संख्या $= 10x + y$

$$\text{A. T. Q. , } x + y = 9 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } 9(10y + x) = 2(10x + y)$$

$$\Rightarrow 90y + 9x = 20x + 2y$$

$$\Rightarrow -11x + 88y = 0$$

$$\Rightarrow -x + 8y = 0 \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरणों (i) और (ii) को जोड़ने पर,

$$x + y = 9$$

$$\begin{array}{r} -x + 8y = 0 \\ \hline 9y = 9 \\ \therefore y = 1 \end{array}$$

y का मान समीकरण (i) रखने पर, हमारे पास है

$$\Rightarrow x + 1 = 9$$

$$\Rightarrow x = 8$$

इसलिए संख्या $10y + x = 10 \times 1 + 8 = 18$ है। Ans

(iv) मीना 2000 रुपये निकालने के लिए एक बैंक गई। उसने कैशियर से 50 और 100 रुपये के नोट ही देने को कहा। मीना को कुल 25 नोट मिले। ज्ञात कीजिए कि उसे 50 रुपये और 100 रुपये के कितने नोट मिले।

हल: मान लीजिए कि 50 रुपये के नोटों की संख्या x है और 100 रुपये के नोटों की संख्या y है

$$\text{ए टीक्यू, } x + y = 25 \dots\dots\dots(i)$$

$$50x + 100y = 2000$$

$$\text{या } x + 2y = 40 \dots\dots\dots(ii)$$

$$x + y = 25$$

$$x + 2y = 40$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ -y = -15 \end{array}$$

$$\therefore y = 15$$

Eq में y का मान निकालें। (i) हम प्राप्त करते हैं,

$$\Rightarrow x + 15 = 25$$

$$\Rightarrow x = 25 - 15$$

$$\Rightarrow x = 10$$

$\therefore$ मीना के पास 50 रुपये के 10 नोट और 100 रुपये के 15 नोट हैं। Ans.

(v) एक उधार देने वाले पुस्तकालय का पहले तीन दिनों के लिए एक निश्चित शुल्क और उसके बाद प्रत्येक दिन के लिए एक अतिरिक्त शुल्क है। सरिता ने सात दिनों तक रखी गई किताब के लिए 27 रुपये का भुगतान किया, जबकि सूसी ने पांच दिनों तक रखी गई किताब के लिए 21 रुपये का भुगतान किया। निश्चित शुल्क और प्रत्येक अतिरिक्त दिन के लिए शुल्क ज्ञात कीजिए।

हल: माना पहले तीन दिनों के लिए फिक्स चार्ज x रुपये है। और प्रत्येक दिन के लिए शुल्क Y रु है।

A .TQटीक्यू, $x + 4y = 27$

..... (i)
और $x + 3y = 21$ (ii)

$$x + 4y = 27$$

$$x + 3y = 21$$

$$\begin{array}{r} \underline{\quad\quad\quad} \\ Y = 6 \end{array}$$

Eq में y का मान निकालें । (i) हम प्राप्त करते हैं,

$$\Rightarrow x + 4 \times 6 = 27$$

$$\Rightarrow x + 24 = 27$$

$$\Rightarrow x = 27 - 24$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$\therefore$ निश्चित शुल्क 15 रुपये है

और चार्ज प्रति दिन रुपये है। 3 Ans.